$A_m\left(e^{\frac{1-m}{m}}; f_m(e^{\frac{1-m}{m}})\right)$ le point qui correspend a l'extremum de f_m a abscisse positif. Comme f_m est impaire alors l'autre point qui correspend à l'extremum de f_m a abscisse négatif est $B_m\left(-e^{\frac{1-m}{m}}; -f_m(e^{\frac{1-m}{m}})\right)$.

Désignons par $E_1=\{A_m\left(e^{\frac{1-m}{m}}; f_m(e^{\frac{1-m}{m}})\right)$ quand m varie sur $IR^*\}$.

$M(x,y) \in E_1 \Leftrightarrow \exists m \in IR^*$ tel que $M(x,y) = A_m$

$$\Leftrightarrow \exists m \in IR^* / \begin{cases} x = e^{\frac{1-m}{m}} \\ y = f_m(e^{\frac{1-m}{m}}) \end{cases}$$

$$\star \begin{cases} x = e^{\frac{1-m}{m}} \\ y = f_m(e^{\frac{1-m}{m}}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = e^{\frac{1-m}{m}} \\ y = me^{\frac{1-m}{m}}\text{Log}\left[e^{\frac{1-m}{m}}\right] - e^{\frac{1-m}{m}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = e^{\frac{1-m}{m}} \\ y = mx\text{Log}x - x \end{cases}$$

Or $x = e^{\frac{1-m}{m}} \Leftrightarrow \frac{1-m}{m} = \text{Log}x \Leftrightarrow 1 - m = m\text{Log}x$

$\Leftrightarrow (1 + \text{Log}x)m = 1.$

Soit la fonction $\varphi : IR^* \to IR; m \mapsto e^{\frac{1-m}{m}}$

φ est dérivable sur IR^* et $\forall m \in IR^*; \varphi'(m) = (\frac{1-m}{m})' e^{\frac{1-m}{m}}$

$$= \frac{-1}{m^2} e^{\frac{1-m}{m}} < 0$$

D'où le tableau de variation de φ

m	$-\infty$		0		$+\infty$
$\varphi'(m)$	−		‖	−	
$\varphi(m)$	e^{-1}	↘	‖	↘	e^{-1}
			0		

$\lim\limits_{m\to\pm\infty} \varphi(m) = \lim\limits_{m\to\pm\infty} e^{\frac{1-m}{m}} = e^{-1}$ car $\lim\limits_{m\to\pm\infty} \frac{1-m}{m} = \lim\limits_{m\to\pm\infty} \frac{-m}{m} = -1.$

D'où quand m varie sur IR^* on a : $\varphi(m)$ varie sur $IR_+^*\backslash\{e^{-1}\}$.

Ainsi quand m varie sur IR^* on a : $x = \varphi(m)$ varie sur $IR_+^*\backslash\{e^{-1}\}$.

Par suite $1 + \text{Log}x \neq 0$

D'où $x = e^{\frac{1-m}{m}} \Leftrightarrow (1 + \text{Log}x)m = 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{1 + \text{Log}x}$.

Par suite $y = mx\text{Log}x - x = \frac{x\text{Log}x}{1 + \text{Log}x} - x = \frac{-x}{1 + \text{Log}x}$.